

DS2 Electricité - Chimie

Correction

1 - Electricité - tenir la note

- 1) Le signal a une valeur moyenne de 10 mV
- 2) On retrouve un motif caractéristique toutes les 2 ms environ.
Cela correspond à une fréquence $f = \frac{1}{T} = \underline{500 \text{ Hz}}$
- 3) Le signal étant supposé périodique, il peut être décomposé en série de Fourier.
Il n'est pas ailleurs pas purement sinusoïdal : son spectre ne sera donc pas composé d'un seul pic, il y aura des harmoniques de rang supérieur.
- 4) Il s'agit d'un pare-haut : les signaux de fréquences inférieures à une certaine fréquence sont atténués, et ceux de fréquences supérieures sont conservés.
- 5) On constate que la pente de l'asymptote est de +40 dB/déc et le déphasage entre haute et basse fréquence est de π .
Il s'agit donc d'un ordre 2.
Par ailleurs, on sait que $\varphi(f_0) = \frac{\pi}{2}$, donc $f_0 = 10 \text{ Hz}$
- 6) En sortie, la composante continue est éliminée, et :

$$s(t) = E_0 \left(G(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega)) + G(10\omega) \cos(10\omega t + \frac{\pi}{2} + \varphi(10\omega)) + G(100\omega) \cos(100\omega t - \frac{\pi}{3} + \varphi(100\omega)) \right)$$

$$\text{on lit } G_{dB}(\omega) = -30 \text{ dB} \text{ soit } G(\omega) = 10^{-30/20} = 10^{-1.5} \left(= 10^{-1} \times 10^{-0.5} \right) \approx 0,03$$

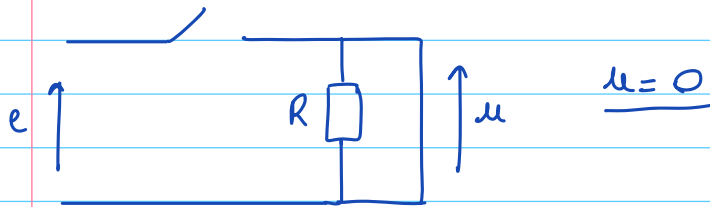
$$G_{dB}(10\omega) = -5 \text{ dB} \text{ soit } G(10\omega) = 10^{-5/20} \left(\approx 10^{-0.25} = 0,5 \right)$$

$$G_{dB}(100\omega) = 0 \text{ dB} \text{ soit } G(100\omega) = 1.$$

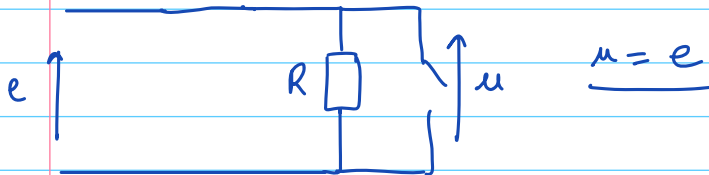
$$\text{et } \varphi(\omega) = \frac{5\pi}{6}, \quad \varphi(10\omega) = \frac{\pi}{3} \quad \text{et} \quad \varphi(100\omega) = 0$$

En final $s(t) = E_0 \left(10^{-3/2} \cos(\omega t + \frac{5\pi}{6}) + 10^{-1/4} \cos(10\omega t + \frac{5\pi}{6}) + \cos(100\omega t - \frac{\pi}{3}) \right)$

7) En basse fréquence, on a le circuit équivalent:



En haute fréquence, on a le circuit équivalent:



On a donc bien un passé-haut.

8) a) On a $\underline{e} = \frac{1}{j\omega C} \underline{i} + \underline{u} = \frac{1}{j\omega C} \left(\frac{\underline{u}}{R} + \frac{\underline{u}}{jL\omega} \right) + \underline{u}$

ie $j\omega C \underline{e} = \underline{u} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + j\omega C \right)$

$-\omega^2 RLC \underline{e} = \underline{u} (jL\omega + R - \omega^2 RLC)$

$\frac{\underline{u}}{\underline{e}} = \frac{-\omega^2 RLC}{R + jL\omega - \omega^2 RLC} = \frac{-\omega^2 LC}{1 + j\frac{L}{R}\omega - \omega^2 LC}$

on identifie $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $\frac{L}{R} = \frac{1}{Q\omega_0}$ ie $Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$
et $K = -1$

b) En basses fréquences, on a $\underline{H}_{bf} = \frac{-\omega^2}{1} = -\omega^2$.

Donc $G_{dBf}(\omega) = 20 \log \omega^2 = 40 \log \omega$. Ici une pente +40dB/déc

et $\varphi_{BF}(z) = \pi$

En hautes fréquences, $H_{HF}(u) = \frac{-z^2}{-z^2} = 1$

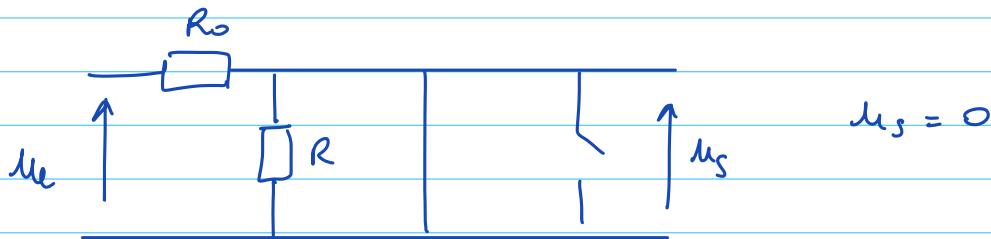
Donc $\varphi_{HF}(u) = 0$

c) On a $G(u=1) = \left| \frac{1}{1/Q} \right| = Q$.

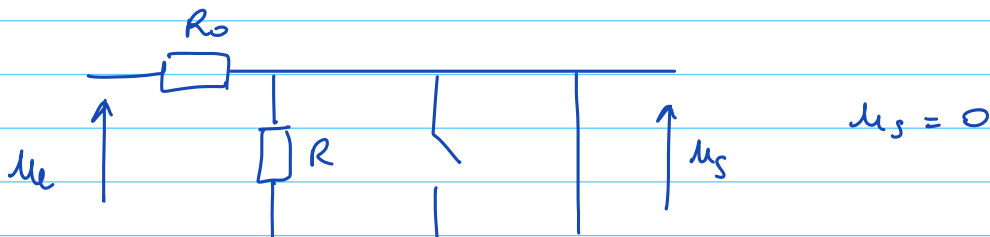
On lit graphiquement $G_{dB}(u=1) = -10 \text{ dB}$

Donc $Q = 10^{-10/20} = 0,3$

9.) En basse fréquence, on a le circuit équivalent:



En haute fréquence, on a le circuit équivalent:



On a donc un pass-bande.

10.) On a $\underline{u} = R_o \underline{i} + \underline{u}_s = R_o \left(\frac{\underline{u}_s}{R} + \frac{\underline{u}_s}{j\omega C} + j\omega C \underline{u}_s \right) + \underline{u}_s$

et $\underline{u} = \underline{u}_s \left(1 + \frac{R_o}{R} + \frac{R_o}{j\omega C} + j\omega C R_o \right)$

$\underline{H} = \frac{\frac{R}{R+R_o}}{1 + \frac{R R_o}{R+R_o} j \left(C\omega - \frac{1}{\omega} \right)}$ on identifie $H_o = \frac{R}{R+R_o}$

$$\text{or } \left\{ \begin{array}{l} \frac{R R_0}{R + R_0} C = \frac{Q}{\omega_0} \\ \frac{R R_0}{R + R_0} \frac{1}{L} = Q \omega_0 \end{array} \right. \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\omega_0^2} = LC \\ Q^2 = \left(\frac{R R_0}{R + R_0} \right)^2 \frac{C}{L} \end{array} \right. \text{ et } \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}} \quad \boxed{Q = \frac{R R_0}{R + R_0} \sqrt{\frac{C}{L}}}$$

11) En basse fréquence $H_{BF}(\omega) = \frac{H_0}{-jQ \frac{\omega}{\omega_0}} = j \frac{H_0}{Q} \frac{\omega}{\omega_0}$.

Donc $G_{dB}(\omega) = 20 \log H_0 - 20 \log Q + 20 \log \frac{\omega}{\omega_0}$.

or $\phi_{BF}(\omega) = \frac{\pi}{2}$

En haute fréquence $H_{HF}(\omega) = \frac{H_0}{jQ \frac{\omega}{\omega_0}} = -j \frac{H_0}{Q} \frac{\omega_0}{\omega}$.

Donc $G_{dBHF}(\omega) = 20 \log H_0 - 20 \log Q - 20 \log \frac{\omega}{\omega_0}$.

or $\phi_{HF}(\omega) = -\frac{\pi}{2}$

En $\omega = \omega_0$, on a $\left\{ \begin{array}{l} G_{dB}(\omega_0) = 20 \log H_0 \\ \phi(\omega_0) = 0 \end{array} \right.$

12) La lampe s'allume pour une amplitude de la tension de sortie inférieure à $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Le signal d'entrée ayant une amplitude de 1V, la lampe s'allume donc quand le signal d'entrée a une fréquence appartenant à la bande passante du filtre.

Ainsi, on veut que la largeur de la bande passante soit l'erreur autorisée sur la fréquence de la note souhaitée : $\pm 10\text{Hz}$ et $\Delta f = 20\text{Hz}$.

On a $Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{500}{20} = \underline{25}$.

13) On veut $\left\{ \begin{array}{l} f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \\ Q = \frac{R R_0}{R + R_0} \sqrt{\frac{C}{L}} \end{array} \right.$

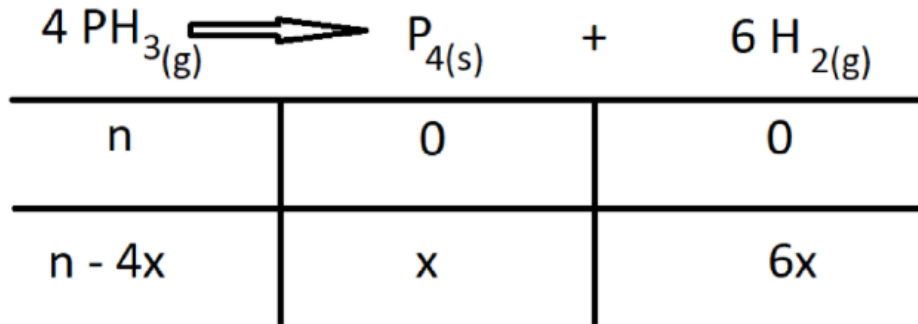
re $\left\{ \begin{array}{l} C = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L} \\ Q^2 = \left(\frac{R R_0}{R + R_0} \right)^2 \times \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L} \times \frac{1}{L} \end{array} \right.$

$\left\{ \begin{array}{l} C = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 L} \\ L^2 = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 Q^2} \left(\frac{R R_0}{R + R_0} \right)^2 \Rightarrow L = \frac{1}{2\pi f_0 Q} \frac{R R_0}{R + R_0} \end{array} \right.$

en fin $\boxed{\begin{array}{l} C = \frac{Q (R + R_0)}{2\pi f_0 R R_0} \\ L = \frac{R R_0}{2\pi f_0 Q (R + R_0)} \end{array}}$

II. Chimie - Cinétique de décomposition de la phosphine

14.



15. On exprime la pression totale en fonction de la pression partielle des gaz : $P = P_{\text{PH}_3} + P_{\text{H}_2}$

De plus, d'après la loi de Dalton : $P_{\text{H}_2} = \frac{n(\text{H}_2)}{n_{\text{gaz}}} P = \frac{6\xi}{n+2\xi} P$

Ensuite, on réexprime ξ , à l'aide de la loi des gaz parfaits. En effet, on écrit la loi des gaz parfaits à l'instant initial et un instant quelconque, le volume et la température restant constant :

$$\begin{aligned}
 P_0 V &= nRT \text{ et } PV = (n + 2\xi)RT \Rightarrow \frac{n+2\xi}{P} = \frac{n}{P_0} \\
 &\Rightarrow \xi = \frac{n(P-P_0)}{2P_0}
 \end{aligned}$$

On réinjecte les expressions de P_{H_2} et ξ dans la première expression de P :

$$\begin{aligned}
 P &= P_{\text{PH}_3} + P_{\text{H}_2} = P_{\text{PH}_3} + \frac{6\xi}{n+2\xi} P \\
 &\Rightarrow P = P_{\text{PH}_3} + \frac{6 \frac{n(P-P_0)}{2P_0}}{n+2 \frac{n(P-P_0)}{2P_0}} P \\
 &\Rightarrow P = P_{\text{PH}_3} + 3(P - P_0) \\
 &\Rightarrow P_{\text{PH}_3} = 3P_0 - 2P
 \end{aligned}$$

16. D'après la loi des gaz parfaits : $C_{\text{PH}_3} = \frac{P_{\text{PH}_3}}{RT} = \frac{3P_0 - 2P}{RT}$

17. On suppose la réaction d'ordre 1. Ainsi, la vitesse de disparition $v = -\frac{1}{4} \frac{dC_{\text{PH}_3}}{dt}$ est proportionnelle à C_{PH_3} . Donc :

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{4} \frac{dC_{\text{PH}_3}}{dt} &= kC_{\text{PH}_3} \\
 \Rightarrow \frac{dC_{\text{PH}_3}}{dt} + 4kC_{\text{PH}_3} &= 0
 \end{aligned}$$

En résolvant cette équation différentielle, on a :

$$C_{\text{PH}_3} = C_0 e^{-4kt} \Rightarrow \ln(C_{\text{PH}_3}) = \ln(C_0) - 4kt$$

Or la figure 2 confirme bien expérimentalement, une relation affine entre $\ln(C_{\text{PH}_3})$ et t .

La réaction est donc bien d'ordre 1 et $C_{\text{PH}_3} = C_0 e^{-4kt}$

18. A l'aide de la relation $\ln(C_{\text{PH}_3}) = \ln(C_0) - 4kt$ et la figure 2, on identifie :

$$4k = 5,05 \times 10^{-4} \Rightarrow k \simeq 1,26 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

19. On cherche τ tel que $C_{\text{PH}_3} = 0,90C_0$

$$\begin{aligned}
 &\Rightarrow C_0 e^{-4k\tau} = 0,90C_0 \\
 &\Rightarrow \tau = \frac{\ln(0,90)}{4k}
 \end{aligned}$$